Präsentation von e-LISA

STEFAN GÖTZ
Universität Wien und Akademisches Gymnasium Wien I

Zusammenfassung

In diesem Beitrag soll die Schulbucherweiterung „SchulbuchPlus“, die im Rahmen des Internetprojekts „e-LISA“ (`http://www.e-lisa.at/`) entstanden ist, vorgestellt werden. Sie existiert bereits für die ersten beiden Bände von „Das ist Mathematik“ für die erste und zweite Klasse AHS bzw. HS (Autorenteam Reichel-Litschauer-Groß, Verlag öbv&hpt), welche gemäß dem neuen Lehrplan konzipiert worden sind, und wird laufend ergänzt. Daneben wird noch auf andere Seiten im Internet hingewiesen, die den Mathematikunterricht bereichern können. (Der Autor hat erst kürzlich eine diesbezügliche Diplomarbeit betreut: [DE].) Eine kurze Reflexion, wie dieses neue Werkzeug den Mathematikunterricht verändern kann, steht am Ende dieser Einführung.

1 Vorwort

Neben den traditionellen Schulbüchern, die den Mathematikunterricht begleiten, und die (u. a.) sowohl theoretische Aspekte wie auch Aufgabensammlungen enthalten, bietet das Internet eine weitere — flexible — Möglichkeit, zusätzliches Unterrichtsmaterial für die Lehrenden und Lernenden bereitzustellen. Auf diese Weise kann sehr rasch aktuellen Bedürfnissen des Bildungsmarktes Rechnung getragen werden, die schnelle Verfügbarkeit der in diesem Forum präsentierten Inhalte ist ebenfalls gegeben.

Allerdings sollte die Verbindung zum Schulbuch weiterhin gewährleistet sein, damit eine gewisse Orientierungshilfe vorhanden ist. Dieser Weg wird in dem Projekt „SchulbuchPlus“ (wie der Name schon sagt!) im Rahmen von e-LISA beschritten, seine konkrete Umsetzung wird auf den nächsten Seiten beschrieben.

2 Übersicht

Unter der Adresse `www.e-lisa.at` finden wir einen Unterpunkt „SchulbuchPlus“, der uns zu einer Liste von *Schultypen* führt:

- Volksschule
- Hauptschule
- Polytechnische Schule
- *Allgemein bildende höhere Schule*
- Berufsbildende Pflichtschulen
- Mittlere berufsbildende Schulen
- Höhere berufsbildende Schulen

Wählen wir den *vierten* Begriff, so werden folgende *Schulfächer* angeführt:

- Bildnerische Erziehung
- Biologie und Umweltkunde
- Chemie
- Deutsch-Lesen
- Deutsch-Sprachlehre
- Geographie und Wirtschaftskunde
- Geschichte und Sozialkunde
- Mathematik
- Physik
- Politische Bildung

„Mathematik" schließlich bringt uns (u. a.) zu „DAS IST MATHEMATIK 1", dem ersten Band des in Rede stehenden Werks ([RE2]). Anklicken desselben eröffnet folgendes Angebot:

- Didaktische Hinweise
- Historische und Alltagsinformationen
- Aufgaben zur Tabellenkalkulation
- „Etwas andere" Aufgaben

Im Folgenden sollen nun die einzelnen Punkte vorgestellt und (auszugsweise) besprochen werden.

3 Didaktische Hinweise

3.1 Wozu Mathematikunterricht?

Es handelt sich hierbei um einen Aufsatz des Autors, welcher im Jahresbericht 1998/99 des Akademischen Gymnasiums in Wien erschienen ist ([GÖ]) und auch auf der Homepage dieser Schule unter

`http://www.akg.asn-wien.ac.at/Bildung/indexBildung.html`

zu finden ist. Er liefert Argumente *für* den Mathematikunterricht im Rahmen der Allgemeinbildung angesichts potentieller Stundenkürzungen.

Typische *Fragen,* die sich im Zusammenhang dazu aufdrängen, wären etwa:

- Wieviel Mathematik braucht der Mensch?
- Wozu lerne ich ...?
- Warum liefert Mathematik immer die schlechtesten Noten?
- Was erwartet die Gesellschaft von der Mathematik und wie steht sie zu ihr?
- Welche konkreten Änderungen könnten eine Imageverbesserung des Mathematikunterrichts bewirken?

3.2 Anhang für Lehrerinnen und Lehrer

Das sind die *gelben* Seiten hinten im Buch ([RE2]). Das *Inhaltsverzeichnis* davon sei hier wiedergegeben:

1. Begleitwort
    - 1.1 Der neue Lehrplan 2000
    - 1.2 Der Fachlehrplan der 1. Klasse
    - 1.3 Allgemeine Bildungsziele des Mathematikunterrichts
    - 1.4 Der Computer-Anhang zur Tabellenkalkulation
    - 1.5 Ein weiterer Projektvorschlag: Leichtathletik-Schülermeisterschaft
2. Jahresplanung
3. Differenzierungshinweise für die II. und III. Leistungsgruppe

3.3 Kern- und Erweiterungsbereich

Diese Seiten sind auch als *Broschüre* erhältlich ([RE1]). Auch hier sei das *Inhaltsverzeichnis* mit jeweils ein paar stichwortartigen Erläuterungen angeführt.

Die Wiener Hochquellenleitung

Vorausdenkende Stadtplaner haben bereits vor über 100 Jahren den Bau von **Wasserleitungen** aus den umliegenden Gebirgsregionen in die Großstadt Wien geplant und durchgeführt.

Die 1. Wiener Hochquellenleitung aus dem Gebiet Schneeberg-Rax wurde in den Jahren 1869 –1873 gebaut, die 2. Wiener Hochquellenleitung aus dem Hochschwabgebiet in den Jahren 1900 –1910.

Beide Leitungen wurden in den 60er Jahren erweitert. Zusammen decken sie fast den ganzen **Wasserbedarf** der Wiener Bevölkerung.

Schneealpenstollen, Abmauerung bei Station 485 Nord

Abbildung 1: Brauner Kasten zur Wiener Hochquellenleitung (aus [RE2], S. 12)

5.8 Außerschulische Veranstaltungen und Ausstellungen

5.9 Inhaltsbezogene Anregungen

Anhang
Rechtliche Rahmenbedingungen: Stundentafel, Schularbeiten

Literatur

4 Historische und Alltagsinformationen

Zu den „braunen Kästen" in [RE2], welche historische und Alltagsinformationen bieten, werden hier Links der dort angesprochenen Themata zu einschlägigen Seiten des Internets angeboten. Der *Aufbau* sieht folgendermaßen aus:

- Überschrift mit Seitenverweis
- brauner Kasten als PDF-file
- Link(s) mit Kurzbeschreibung

Zur *Illustration* diene die Präsentation (in Auszügen) des Informationsblocks zur Wiener Hochquellenleitung. Der braune Kasten aus [RE2], S. 12 (Abbildung 1), wird (u. a.) durch die Adresse `www.wien.gv.at/ma31/` (Magistrat der Stadt Wien) ergänzt, die z. B. folgende Karte liefert: Abbildung 2.

5 Aufgaben zur Tabellenkalkulation

Um dem Auftrag des neuen Lehrplans, elektronische Hilfsmittel schon ab der ersten Klasse einzusetzen, Rechnung zu tragen, findet sich in [RE2], S. 270–277,

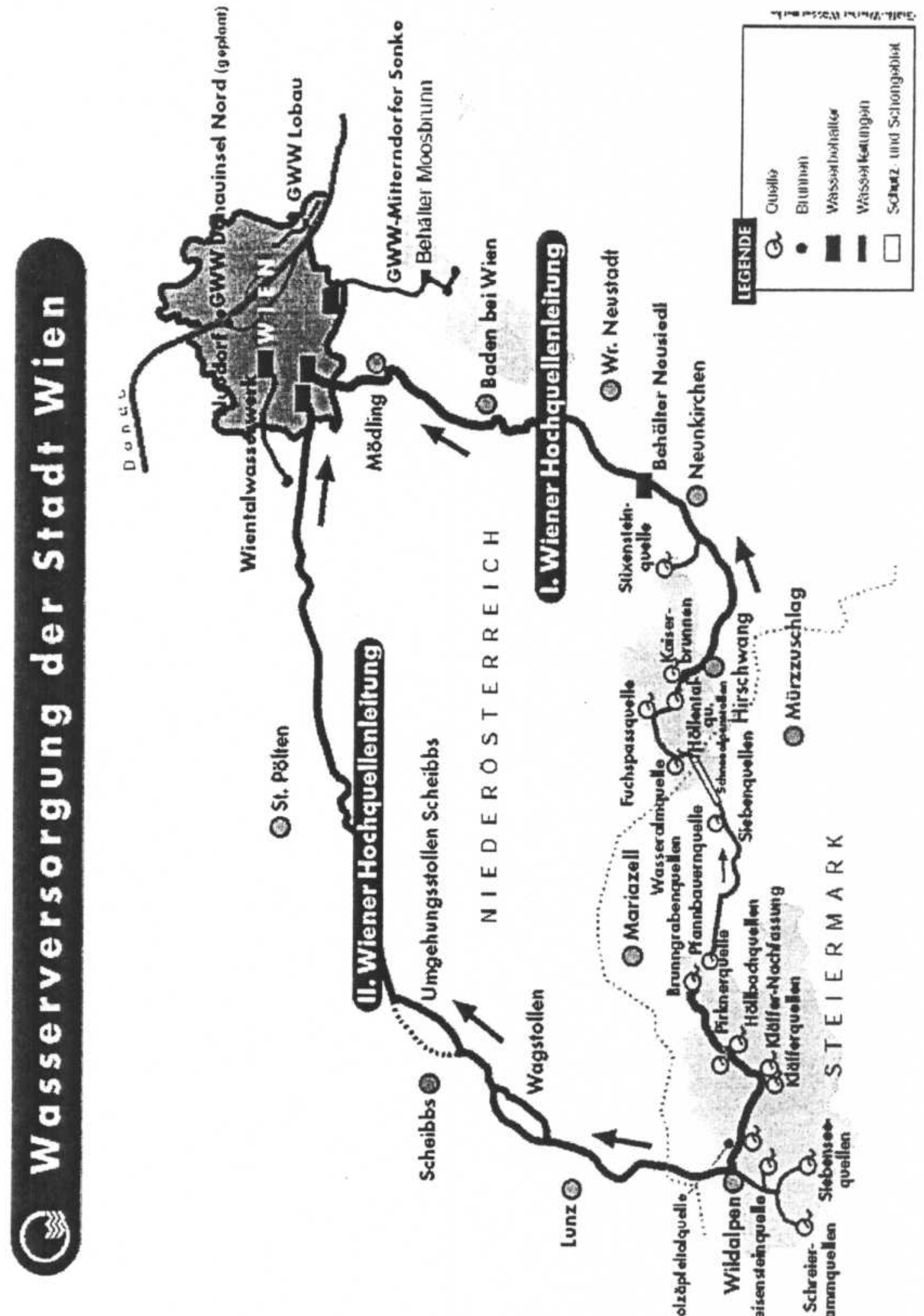


Abbildung 2: Karte zur Wiener Hochquellenleitung

Aufgabe 661 - Fünftägige Autoreise **Team Reichel**

Tag	Weg in km
1	241
2	195
3	317
4	284
5	392
Gesamt	
Mittelwert	

Abbildung 3: EXCEL-Angabe-Datei zu Aufgabe 661 aus [RE2], S. 138

ein *Computer-Anhang,* welcher rot markiert ist. Dort steht eine Einführung in EXCEL, ein Tabellenkalkulationsprogramm. Verschiedene Aufgaben aus [RE2] können damit bearbeitet werden, eine Auswahl daraus ist in diesem Unterpunkt angeführt. Dabei werden pro Beispiel zwei EXCEL-Dateien angeboten: eine mit der Angabe bzw. der Übersetzung der Angabe in die Sprache des Tabellenkalkulationsprogramms, eine andere mit der Lösung. Die Möglichkeit, diese Arbeitsblätter herunterzuladen, eröffnet mannigfache Änderungsoptionen, sodass einem flexiblen Unterrichtseinsatz nichts mehr im Wege steht.

Bemerkung: Der Autor hat selbst die Grundbegriffe von EXCEL mit Hilfe dieses Anhangs (erfolgreich) gelernt, wie das folgende Beispiel zeigt. Die Aufgabe 661 ([RE2], S. 138) lautet:

Auf einer 5-tägigen Autoreise wurden an den einzelnen Tagen folgende Strecken zurückgelegt: `241 km, 195 km, 317 km, 284 km, 392 km`.

1) Stelle die Daten in Form einer Tabelle dar!

2) Berechne, wie viel `km` im Mittel an jedem Reisetag zurückgelegt wurden! Runde das Ergebnis auf `km`!

3) Runde alle Werte auf Zehner und stelle sie durch `5 mm` breite Rechtecke dar (`10 km` $\hat{=}$ `1 mm`)!

Die Angabe-Datei sieht folgendermaßen aus: Abbildung 3, und das habe ich daraus gemacht: Abbildung 4.

Aufgabe 661 - Fünftägige Autoreise *Stefan Götz*

Tag	Weg in km
1	241
2	195
3	317
4	284
5	392
Gesamt	1429

Mittelwert 285,8

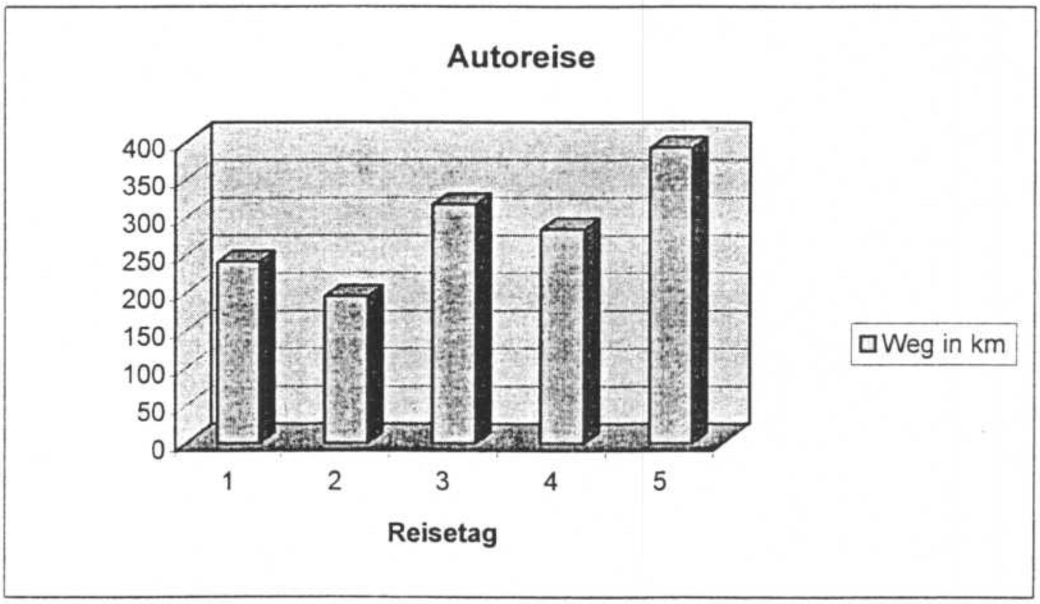
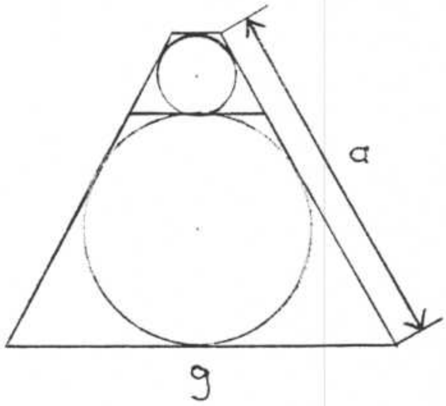


Abbildung 4: EXCEL-Lösung-Datei zu Aufgabe 661 aus [RE2], S. 138

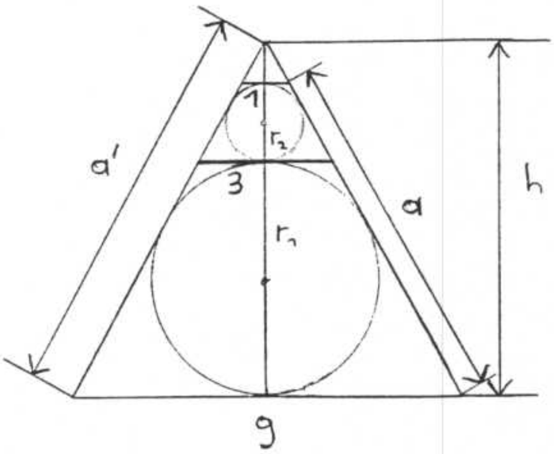
6 „Etwas andere" Aufgaben

Vorerst eine *Aufgabe* aus dem sog. *„Känguru-Wettbewerb"*, um zu zeigen, was mit der Überschrift dieses Abschnitts gemeint ist:

Es ist $r_1 : r_2 = 3 : 1$.
Wie lang ist a?



Meine — umständliche — Lösung ergänzt die Figur zu einem (gleichschenkeligen) Dreieck:



Die Berechnung der Höhe liefert *(unendliche geometrische Reihe)*

$$h = 2 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} r_i = 2 \cdot r_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot r_1 = 3r_1 \ ,$$

was für den Umfang

$$r_1 = \frac{2A}{U} = \frac{2 \cdot 4,5 \cdot h}{U} = \frac{9h}{U} = \frac{27r_1}{U} \Longrightarrow U = 27$$

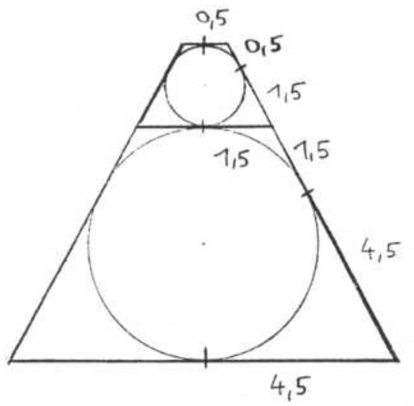
zur Folge hat *(Formel für den Inkreisradius)*.
Wegen

$$a' = \frac{U - 9}{2} = \frac{27 - 9}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

erkennen wir die Gleichseitigkeit des Dreiecks und schließlich für die gesuchte Strecke a mit Hilfe des *Strahlensatzes*:

$$\begin{aligned} \frac{9}{1} &= \frac{a'}{a'-a} \\ \frac{1}{9} &= \frac{a'-a}{a'} = 1 - \frac{a}{a'} \\ \frac{a}{a'} &= \frac{8}{9} \\ a &= \frac{8}{9}a' = 8\,. \end{aligned}$$

Die „richtige", weil einfache Lösung legt ihr Augenmerk auf die *Tangentenabschnitte:*



$$a = 4,5 + 2 \cdot 1,5 + 0,5 = 8.$$

Im entsprechenden Abschnitt der Internet-Erweiterung von [RE2] erfolgt die Einteilung der Aufgaben nach diesen Überschriften in [RE2]:

1. Projekte
2. Denken macht Spaß
3. Die natürlichen Zahlen
4. Multiplizieren und Dividieren
5. Die Dezimalzahlen
6. Zeitmessung
7. Brüche und Dezimalzahlen
8. Rechteck und Quadrat
9. Quader und Würfel

Der *Aufbau* ist entweder durch Angabe und Lösung (zwei verschiedene word-Dokumente) eines bestimmten Beispiels gegeben oder es wird ein spezielles Thema behandelt.

Die folgenden *Kostproben* sollen einen Einblick in dieses Kapitel geben.

ad 1. *Mathematische Zaubereien* aus [WMY]: Abbildungen 5 und 6.

ad 2.

- *Wieviel Schüler sind es denn nun?*

  Die Hälfte der Buben einer Hauptschule, welche von 360 Schülerinnen und Schülern besucht wird, spielt nicht Handball. Insgesamt spielen 108 Schülerinnen und Schüler, davon 38 Mädchen, Handball. Wieviel Buben und Mädchen besuchen diese Schule (aus [RE3], S. 10)?

  Lösung: Es spielen $108 - 38 = 70$ Buben Handball und genausoviele, also ebenfalls 70, sind es, die dies nicht tun. Es gibt also 140 Buben an dieser Schule und $360 - 140 = 220$ Mädchen.

- Das *Linien-Paradoxon* soll an zwei Beispielen aus [PE], S. 22 ff. bzw. der dort angeführten Literatur demonstriert werden: Abbildungen 7 und 8.

ad 3. *Schreibe die Zahlenreihe auf ...*

Schreibe nacheinander — mit 1 beginnend — die natürlichen Zahlen. Welche Ziffer steht an der 1974sten Stelle (aus [RE3], S. 18)?

Lösung: Die Zahlen 1 bis 9 liefern neun Ziffern, von den Zahlen 10 bis 99 kommen $(99 - 10 + 1) \cdot 2 = 90 \cdot 2 = 180$ Ziffern dazu. Das sind insgesamt: $9 + 180 = 189$ Ziffern. Es bleiben also $1974 - 189 = 1785$ Ziffern übrig. Diese teilen wir in Dreierpackete ein: Es gibt dann $1785 : 3 = 595$ davon, d. h. die letzte Ziffer der 595. dreistelligen Zahl ist gesucht: $99 + 595 = 594$, also 4.

ad 4. *Geheimcodes:* Abbildung 9 aus [WMY] und der dort zitierten Literatur.

ad 5. *Wieviel Trinkgeld bekommt er denn?*

Franz hat seinen Eltern im Gasthof geholfen. Bei zwölfmaligem Kassieren hat er durchschnittlich ein Trinkgeld von 7,75 eingenommen, wobei er einmal gar nichts und einmal den Höchstbetrag von 20,– erhalten hat. Wie oft maximal kann er ein Trinkgeld von 9,– erhalten haben, wenn er nur ganze Beträge bekommen hat (aus [RE3], S. 11)?

Lösung: Das gesamte Trinkgeld beträgt $12 \cdot 7,75 = 93$,–, es bleiben nach Streichung des Minimal- und Maximalbetrags $93 - 0 - 20 = 73$,–, und jetzt probieren wir: $8 \cdot 9 = 72$,– geht nicht, weil dann nur 1,– Rest bliebe für zwei Trinkgelder. Dagegen erhalten wir für $7 \cdot 9 = 63$,– den Rest von 10,–, welcher auf drei Trinkgelder der Angabe entsprechend aufgeteilt werden kann.

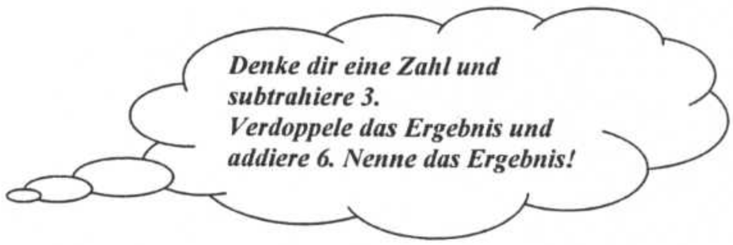
Mathematische Zaubereien

Manche Zaubertricks haben eine mathematische Grundlage, so dass sie sich

- als motivierender Einstieg in ein neues Thema
- oder zur Vertiefung eines Themas

eignen.

Einen schönen Einstieg in die Termumformung bietet der folgende **Zahlentrick**:



Der Lehrer errät jede gedachte Zahl.

Abbildung 5: Ein ganz einfacher Zahlentrick

Folgender **Kartentrick** ist eine schöne Anwendung des Zweiersystems: Auf einer Karte sind 15 Gegenstände dargestellt. Der Schüler merkt sich die Nummer eines Gegenstandes. Auf den folgenden vier Karten ist jeweils eine andere geeignete Auswahl von 8 Gegenständen zu sehen. So ist der Gegenstand mit Nummer 13 auf der 1., 3. und 4. Karte zu sehen, denn

$$13 = 1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 8 .$$

Der Trick lässt sich anhand einer Folie besonders gut demonstrieren.

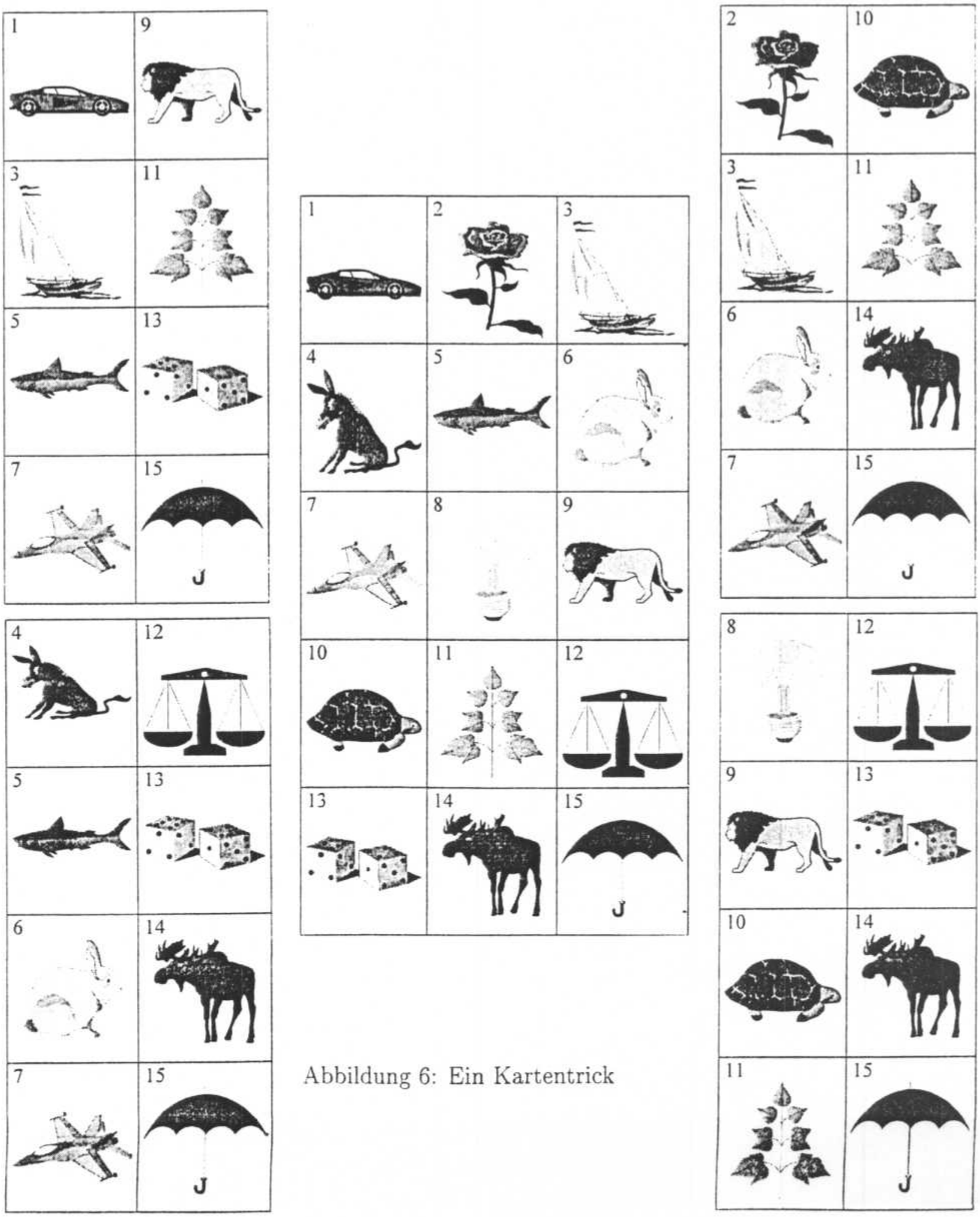
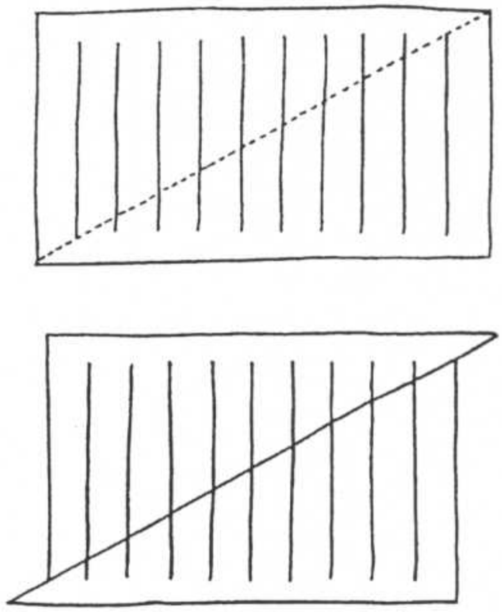


Abbildung 6: Ein Kartentrick

Das folgende, sehr alte Paradoxon veranschaulicht ein Prinzip, das wir hier „Prinzip der verdeckten Verteilung" nennen wollen. Es ist leicht zu erkennen, dass die zehn senkrechten Linien gleicher Länge im Rechteck so angeordnet sind, dass bei fortschreitender Bewegung entlang der gestrichelten Linie von links nach rechts die Länge der Teilstücke oberhalb der Diagonale ständig abnimmt, während die Längen unterhalb der Diagonale immer größer werden.
Wir schneiden nun das Rechteck entlang der Diagonale durch und schieben den unteren Teil nach links unten, bis er die in der Abbildung gezeigte Position einnimmt.



Zählt man nun die vertikalen Linien dieser Figur, entdeckt man, dass es nur mehr neun sind. Welche Linie ist verschwunden – und wohin? Schiebt man den unteren Teil wieder in seine frühere Lage zurück, taucht die verschwundene Linie wieder auf. Aber welche Linie ist wieder aufgetaucht und von woher kommt sie?
Es ist leicht zu erkennen, dass acht der zehn Linien in zwei Teilstücke geschnitten werden; gemeinsam mit den beiden unzerschnittenen Linien werden diese sechzehn Teilstücke zu neun Linien zusammengesetzt, von denen jede ein klein wenig länger ist als zuvor. Da dieser Zuwachs der Länge sehr gering ist, wird er nicht gleich bemerkt. Tatsächlich entspricht die Summe der kleinen Zuwächse genau der Länge der ursprünglichen Linie.

Abbildung 7: Das Linien-Paradoxon

Aus vielen Variationen sei hier noch eine von Martin Gardner verfeinerte Version des DeLands Paradoxon angeführt. Tauscht man die Rechtecke A und B gegeneinander aus, verschwindet ein Hase und an seiner Stelle erscheint ein Osterei. Es wäre auch möglich gewesen, den Hasen völlig verschwinden und den Platz frei zu lassen; wenn man jedoch eine Nasenspitze und ein Schwanzende zusammen ein Ei bilden lässt, bekommt das Rätsel eine österliche Note. Wenn man nicht A und B vertauscht, sondern entlang der gestrichelten Linie weiterschneidet und diese zwei Teile vertauscht, erhält man zwölf Hasen. Einer von ihnen verliert jedoch sein Ohr und es passieren auch noch andere Verunstaltungen.

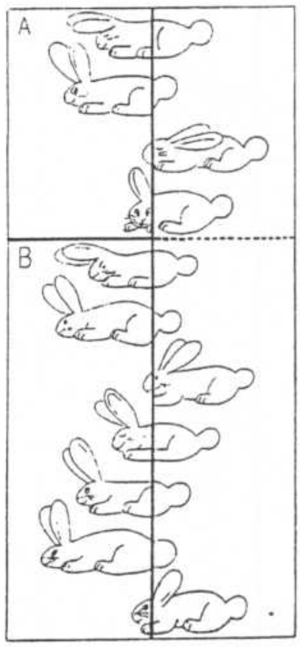


Abbildung 8: Der verschwindende Hase

Geheimcodes

Geheimschriften und Geheimcodes üben nicht nur einen besonderen Reiz auf Schülerinnen und Schüler aus, sondern sie gewinnen auch bei der sicheren und geheimen Übermittlung von Nachrichten im Internet oder dem Einsatz von Chipkarten zunehmend an Bedeutung. Recht einfache – wenn auch nicht besonders sichere – Verschlüsselungen von Texten erhält man durch systematische Vertauschung von Buchstaben:

- Bei **Verschiebealgorithmen** („Methode Caesar") ergibt sich der Geheimtext durch Verschieben jedes Buchstabens um eine feste Anzahl von Stellen im Alphabet, z. B. um 4 Stellen:

  A → E, B → F, C → G, D → H, E → I, ...

- Bei **Multiplikationsalgorithmen** wird die Position eines jeden Buchstabens im Alphabet mit einer festen Zahl multipliziert. Das Ergebnis (modulo 26) liefert die Position des entsprechenden Schlüsselbuchstabens. Damit eine eindeutige Entschlüsselung möglich ist, muss der Faktor s geeignet gewählt werden.
  Beispiel für s = 3:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
C	F	I	L	O	R	U	X	A	D	G	J	M	P	S	V	Y	B	E	H	K	N	Q	T	W	Z

Diese Codes lassen sich mittels Häufigkeitsverteilungen, die die Schülerinnen und Schüler selber ermitteln können, leicht knacken. Entsprechende Tabellen sowie Programme zur Verschlüsselung findet man in der angegebenen Literatur.

Abbildung 9: Geheimcodes

ad 6. *Die kleine und die große Uhr ...*

In einem Zimmer gibt es eine große und eine kleine Uhr. Die große Uhr geht jede Stunde ein Minute vor, die kleine jede Stunde zwei Minuten nach. Eines Tages stellt Max beide Uhren gleichzeitig richtig ein. Am nächsten Morgen zeigt die große Uhr jedoch 7^{h}, die kleine aber 6^{h} an.
Wann am vorhergehenden Tag hat Max die Uhren eingestellt und wie spät war es tatsächlich an diesem Morgen (aus [RE3], S. 12)?

Lösung: Jede Stunde geht die große Uhr eine Minute vor und die kleine zwei Minuten zurück. Das ergibt pro Stunde drei Minuten Differenz. Die festgestellte Differenz beträgt 60 Minuten, also sind 20 Stunden seit der Synchronisation vergangen. Die tatsächliche Uhrzeit ist daher $7^{\mathrm{h}} - 20 \cdot 1$ Minute $= 6^{40}$ Uhr bzw. $6^{\mathrm{h}} + 20 \cdot 2$ Minuten $= 6^{40}$ Uhr. Folglich hat Max die Uhren um 10^{40} Uhr des Vortags eingestellt.

ad 7. *Wieviel Geld hat sie?*

Elisabeth gibt von ihrem Taschengeld erst ein Drittel und dann noch vom Rest ein Viertel aus. Am Schluss bleiben ihr 60,– übrig. Wieviel Geld hatte sie anfangs (aus [RE3], S. 11)?

Lösung: Vom Rest r gibt Elisabeth ein Viertel aus, es bleiben ihr also $\frac{3}{4}$ davon übrig, das sind 60,–: $\frac{3}{4} \cdot r = 60,-$. Daher hatte sie vorher $r = 80,-$. Vom anfänglichen Betrag t wird ein Drittel ausgegeben, folglich machen $\frac{2}{3}$ den Rest r aus: $\frac{2}{3} \cdot t = r = 80,-$. Der gesuchte Betrag t lautet so 120,–.

ad 8. *Flächenverwandlungen:* Abbildungen 10 und 11 aus [PE], S. 139 f. und der dort zitierten Literatur.

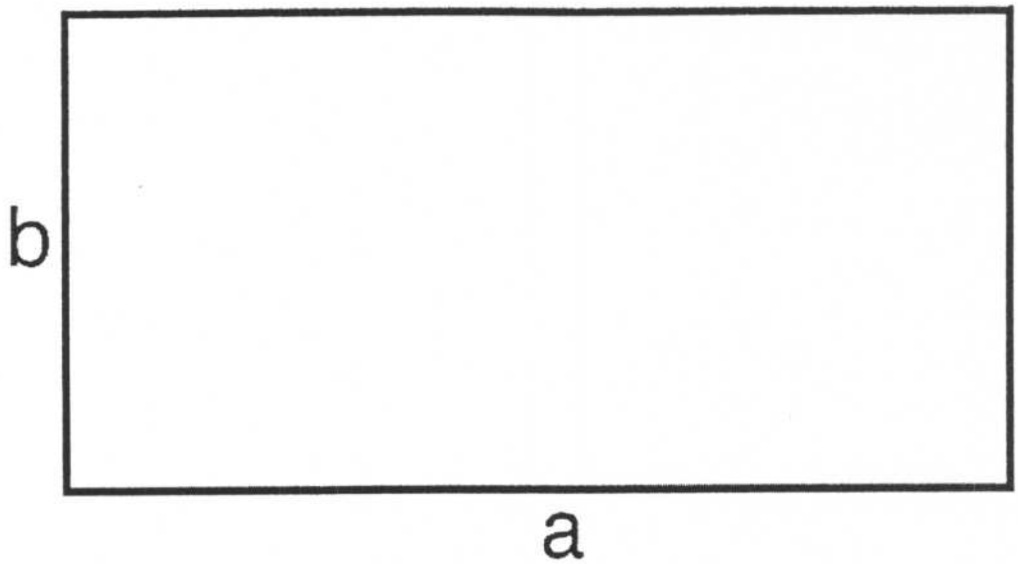
ad 9. *Größen erfahren:* Abbildung 12 aus [WMY] und der dort angeführten Literatur.

7 Weitere Mathematikadressen im Internet

Die folgenden Internetseiten sind nach dem Vortrag, der im PC-Labor des Instituts für Mathematik der Universität Wien gehalten worden ist, in der „Surf-Phase" von den Zuhörern und Zuhörerinnen auf Empfehlung des Vortragenden (neben e-LISA) besucht worden. Sie stammen alle aus [DE], welche auch unter `http://mone.denninger.at` im Internet zu finden ist. Neben den Adressen ist auch das eine oder andere inhaltsbezogene Stichwort angeführt.

a) `www.univie.ac.at/future.media/mo/`
   z. B. Folgen

(1) Gegeben ist ein Rechteck, dessen Seitenlängen sich wie 2:1 verhalten, z. B. a = 8 cm und b = 4 cm. Dieses Rechteck ist so geradlinig zu zerschneiden, dass sich die Teile zu einem Quadrat zusammensetzen lassen. Dabei kommt es natürlich auch darauf an, dies mit möglichst wenig Schnitten zu schaffen.



(2) Ein Rechteck mit a = 2 cm und b = 10 cm ist mit möglichst wenig geraden Schnitten so zu zerlegen, dass es sich zu einem Quadrat zusammensetzen lässt.
(3) Ein sogenanntes „griechisches Kreuz" mit der Seitenlänge 2 cm ist an den gegebenen Linien zu zerschneiden und zu einem Quadrat zusammenzusetzen.

Abbildung 10: Flächenverwandlungen: Angabe

b) `http://home.t-online.de/home/peter.elfi.kraus/progr.html`
   z. B. Streuexperiment von Rutherford,
   Kegelschnitte

c) `www.matheprisma.uni-wuppertal.de/`
   z. B. Arithmetikmodul: – Quadratzahlen
   – π

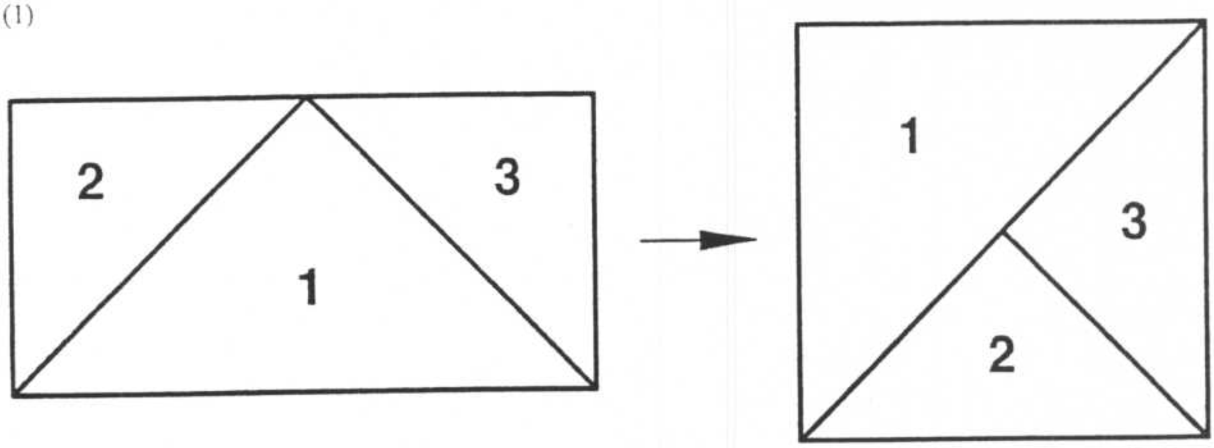
d) `www.uni-koeln.de/ew-fak/Mathe/Projekte/VisuPro/`
   Visualisierung in Mathematik und Mathematik-Unterricht

e) `www.rittershofer.de/mathe/math_h.htm`
   z. B. Innenwinkelsumme im Dreieck

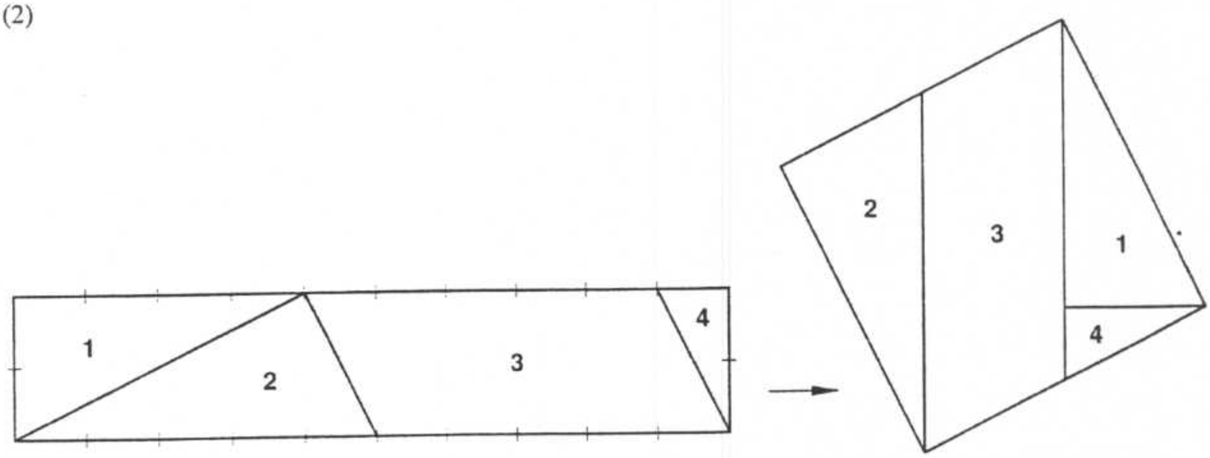
f) `www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/index.html`
   Biographien berühmter Mathematiker
   Unter anderem können dort für jeden Tag des Jahres Mathematiker(innen) eruiert werden, die an diesem Tag Geburts- oder Sterbetag haben. Für den 20. April (2001), den Tag des Vortrags, hat sich — neben anderen natürlich — folgendes gezeigt: Abbildung 13.

Man benötigt mindestens zwei Schnitte:

(1)



(2)



(3)

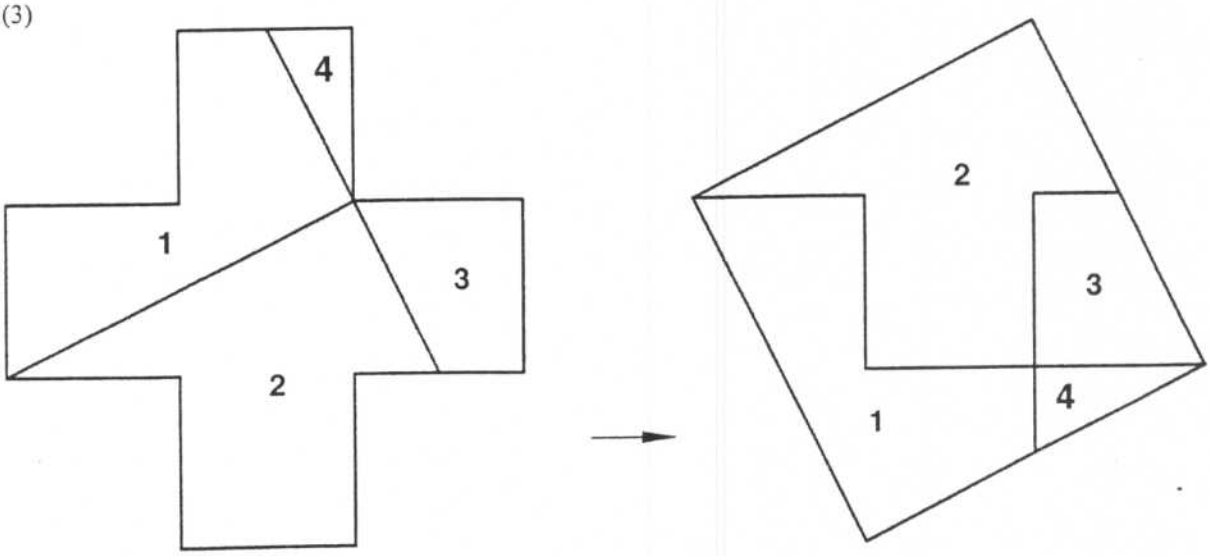


Abbildung 11: Flächenverwandlungen: Lösung

Größen erfahren

Durch Größen können Alltagserfahrungen mathematisch beschrieben und analysiert werden. Oft haben Schülerinnen und Schüler beim Umgang mit Größen Mühe, Größenordnungen grob abzuschätzen. Die Schätzkompetenz lässt sich durch Schätzen und Messen bei Alltagsgegenständen erweitern.

Ein Schätzwettbewerb ist besonders motivierend für Schülerinnen und Schüler. Dabei erhält jeder bzw. jede einen Laufzettel mit Gegenständen aus dem Klassenzimmer und dem Schulhaus, bei denen Längen oder Flächeninhalte oder Volumina zu schätzen sind. Die Schätzergebnisse werden auf dem Laufzettel notiert. Anschließend werden die Größen der Gegenstände durch Messung und Rechnung von einzelnen Schülergruppen bestimmt.

Gegenstand	**Geschätztes Volumen**	**Tatsächliches Volumen**
Mathematikbuch		
Kreideschachtel		
Schwamm		
Blumenkübel in der Aula		
....		

Bereits bei der Einführung der Volumenmessung kann das Gefühl für Größenordnungen gefestigt werden durch

- Auslegen von Alltagsgegenständen mit Einheitswürfeln,
- Auffüllen von Alltagsgegenständen mit Wasser aus einem Messbecher.

Weitere Anregungen zu einem Lernzirkel Volumenmessung findet man in der unten angegebenen Literatur.

Abbildung 12: Größen erfahren

Giuseppe Peano

died 69 years ago

20th April 1932

Peano was the founder of symbolic logic and his interests centred on the foundations of mathematics and on the development of a formal logical language.

Find out more at:
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Mathematicians/Peano.html

Abbildung 13: Giuseppe Peano (1858–1932), italienischer Mathematiker und Logiker

8 Ausblick für SchulbuchPlus

Neben dem Ausbau der bestehenden Angebote für die dritte und vierte Klasse AHS bzw. HS sollen *wichtige, einschlägige Termine* wie z. B. die Sitzungen der Arbeitsgemeinschaften Mathematik in den einzelnen Bundesländern und andere Fortbildungsveranstaltungen von Universitäten oder Pädagogischen Instituten bekanntgegeben werden.

9 Kommentar und Resümee

Zweifellos stellt das Internet eine zusätzliche *Informationsquelle* für den Mathematikunterricht dar. Dabei muss aber klar gesehen werden, dass die Seriösität der Quelle nicht immer a priori angenommen werden kann. Dieser Aspekt tritt bei der Verwendung von Büchern i. Allg. nicht auf, da deren Entstehung doch im Großen und Ganzen von einem (mehr oder weniger renommierten) Verlag begleitet wird.

Das Internet als zusätzlichen *Aufgabenpool* haben wir eben kennengelernt, der Charakter dieser Beispiele kann ergänzend oder vertiefend sein. Dieses Angebot an Unterrichtsmaterialien, welches sehr rasch erweitert oder verändert werden kann (im Gegensatz zu einem Schulbuch), ist i. Allg. günstiger als der Kauf von Büchern, aber (noch) nicht so verfügbar.

Zur raschen und breitgestreuten *Weitergabe* von *Information* eignet sich das Internet hervorragend, die Effizienz dieser Methode hängt allerdings sehr von der Frequenz des Nachschauens des Adressatenkreises ab. Der regelmäßige Besuch der einschlägigen Internetseiten muss also zur Gewohnheit werden. Allerdings stellt sich in diesem Zusammenhang sofort das Problem, eine gewisse Übersicht zu erlangen. Es liegt in der Natur der Sache, dass es hier keine Universallösung im Sinn einer „Superseite" , die alle relevanten Daten auflistet, geben kann. Genaugenommen ist dieser mögliche Einwand aber nicht internetspezifisch, die Vielfalt ist auch bei anderen Medien gegeben.

Auch zum *Selbststudium* bietet das Internet sehr viel an Materialien, dabei ist zu berücksichtigen, dass das nicht-lineare Lernen, wie es durch die Hyperlinks initiert wird, in seinen Auswirkungen auf den Lernerfolg noch nicht wirklich erforscht ist. Unter welchen Umständen diese Art der Darbietung des Lehrstoffes der herkömmlichen (linearen) vorzuziehen ist, ist eine Frage, welche einer eingehenden didaktischen Untersuchung bedarf.

Wird das Internet als Quelle von *Unterrichtsmaterialien* benutzt, dann kommt den Lehrenden in Mathematik eine besondere zentrale Rolle im Unterrichtsgeschehen zu. Sie müssen die Kommunikation zwischen Schüler/in und mathematischem Inhalt, der gerade dargeboten wird, kanalisieren und gegebenenfalls korrigieren. Darauf aufbauend ist die Verarbeitung des gelernten mathematischen Themas kompetent zu moderieren, vor allem die Einordnung des Neuen in das bisher Erfahrene ist von besonderer (auch mathematik-spezifischer) Bedeutung.

Die Lehrenden bleiben selbstverständlich die letzte Instanz in fachlicher Hinsicht!

Ihre wohl wichtigste Aufgabe in diesem Zusammenhang ist das Aufzeigen von mathematischen Inhalten des Unterrichts, welche vom Internet unberührt bleiben.

Beispiele hierfür sind:

- Konvergenz von Folgen
- Beweis für die Winkelsumme im Dreieck
- Interpretation eines Histogramms
- Analyse eines Näherungsverfahrens
- Abschätzen von Ergebnissen
- Erkennen sinnvoller Ausschnitte von Funktionsgraphen

Diese — selbstredend höchst unvollständige — Liste führt auf die *prinzipielle Frage:*

Was muss nach wie vor gekonnt werden, was kann dem Computer überlassen werden?

Eine sehr *allgemeine Antwort* lautet:

Der Computer ist so einzusetzen, dass der Mathematikunterricht weniger Routinen, dafür mehr von den *drei Grunderfahrungen* (nach WINTER 1996) mit sich bringt (aus [BDHW]):

(G1) „*Erscheinungen der Welt um uns,* die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft, Kultur, *in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,*

(G2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine *deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,*

(G3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, *(heuristische Fähigkeiten)* zu erwerben.“

Aus diesen Forderungen können *drei Leitlinien* abgelesen werden (ebenfalls aus [BDHW], zum Teil nur sinngemäß übernommen):

(L1) Der Regelunterricht bedarf gleichermaßen aller drei Grunderfahrungen.

(L2) Jedes mathematische Teilgebiet der Schulmathematik muss seine verbindlichen Inhalte als exemplarischen Beitrag zur Integration dieser drei Grunderfahrungen legitimieren.

(L3) Die Betonung heuristischer Denk- und Arbeitsweisen relativiert die Bedeutung der formalen Fachsprache als Träger mathematischer Kommunikation. Zur Stärkung der natürlichen Sprache im Mathematikunterricht gehört die Philosophie von der ,Wiederentdeckung des Inhaltlichen in einer neuen Unterrichtskultur'.

Zur Förderung der eben angesprochenen Heuristik kann das Internet mit *Visualisierungsangeboten* beitragen. Diese können dazu führen, Vermutungen über mathematische Sachverhalte aufzustellen, die dann bewiesen werden können. Die bloße Visualisierung kann natürlich niemals einen Beweis ersetzen. Denken wir z. B. an die Winkelsumme im Dreieck, durch Variation des Dreiecks mit Hilfe des Computers sehen wir, dass sich die Winkelsumme nie ändert (dies zeigt ebenfalls der Computer an), die Vermutung liegt also nahe, dass dies für jedes Dreieck (in der Ebene) gilt, aber einen Hinweis auf die Beweisidee bekommen wir so nicht. Wiederum zeigt sich, dass gerade in einem computerunterstützten Mathematikunterricht die Lehrenden besonders als Autorität im fachlichen Sinne gefragt sind!

Die Mathematik bekommt so das Design einer *Experimentalwissenschaft*.

Das Internet bietet weiters *Nachhilfe* an, es können Fragen gestellt werden, die dann von Fachleuten beantwortet werden. Hier tritt das schon eingangs erwähnte Problem wieder auf, dass über die Seriösität der Auskunft Gebenden a priori nicht immer etwas gesagt werden kann. Auf der anderen Seite ist der Erfahrungsaustausch, der hier vonstatten geht, sicher eine andere Art der Kommunikation über Mathematik als die traditionelle in der Schule zwischen den dort Lehrenden und Lernenden. Auch die erhaltenen Hilfe bei mathematischen Aufgaben oder Problemen erweitert die Ausdrucks- und Aufnahmefähigkeiten in diesem Bereich.

Das Erstellen eigener Seiten im Internet zu mathematischen Themen fördert die *Kreativität* in Bezug auf die Darstellungsformen, wenn auch die Inhalte in den meisten Fällen wohl bekannt sind. „Alter Wein in neuen Schläuchen“ lautet dann die Devise, und so stellt diese moderne Technologie eine Chance dar, auch weniger am herkömmlichen Mathematikunterricht Interessierte ein Stück des Weges, den die Erkenntnisse dieser uralten Wissenschaft weisen, entlangzuführen.

Literatur

[BDHW] Borneleit, Peter, Danckwerts, Rainer, Henn, Hans-Wolfgang und Weigand, Hans-Georg: Expertise zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe. JMD 22 (2001), Heft 1, S. 73–90.

[DE] Denninger, Simone: Mathematikunterricht und Internet. Was bietet das Internet für den Mathematikunterricht an? Diplomarbeit an der Universität Wien, 2000.

[GÖ] Götz, Stefan: Wozu Mathematikunterricht? Jahresbericht 1998/99 des Akademischen Gymnasiums in Wien, S. 90–92.

[PE] Pemmer, Christian: Spiel, Spaß und Unterhaltung im Mathematikunterricht (eine Beispielsammlung). Diplomarbeit an der Universität Wien, 1998.

[RE1] Reichel, Hans-Christian (unter Mitarbeit von Götz, Stefan): Lehrplan 2000. Kern- und Erweiterungsbereich im Mathematikunterricht für die 1.–4. Klasse der HS und der AHS. Verlag öbv&hpt, Wien 2000.

[RE2] Reichel, Hans-Christian, Litschauer, Dieter und Groß, Herbert (unter Mitarbeit von Götz, Stefan): Das ist Mathematik 1. Lehrerausgabe. Verlag öbv&hpt, Wien 2000.

[RE3] Reichel, Hans-Christian, Windischbacher, Erich, Resel, Robert, Lautscham Volkmar und Götz, Stefan: Wege zur Mathematik — Anregungen und Vertiefungen. Verlag Hölder-Pichler-Tempsky, Wien 1997.

[WMY] World Mathematical Year 2000: Ideen und Anregungen zur Umsetzung an Schulen. Hg. v. Studiengang Mathematik der Fachhochschule Stuttgart — Hochschule für Technik. Stuttgart 1999.

Anschriften des Autors:

Mag. Dr. Stefan Götz

Institut für Mathematik
Universität Wien
Strudlhofgasse 4
A-1090 Wien

Akademisches Gymnasium Wien I
Beethovenplatz 1
A-1010 Wien

e-mail: `Stefan.Goetz@univie.ac.at`